

O diagnozie umiejętności matematycznych uczniów warszawskich Szkół Podstawowych i Gimnazjów, czyli historia pewnego projektu

Podziwu godna liczba Pi
trzy koma jeden cztery jeden. (...)
Korowód cyfr składających się na liczbę Pi
nie zatrzymuje się na brzegu kartki,
potrafi ciągnąć się po stole, przez powietrze,
przez mur, liść, gniazdo ptasie, chmury, prosto w niebo, (...) ¹

Chciałoby się, aby pasje naszych uczniów nie zatrzymywały się „na brzegu kartki”, potrafiły „ciągnąć się po stole, przez powietrze, przez mur, liść, gniazdo ptasie, chmury, prosto w niebo” – jak korowód cyfr liczby Pi.

Dla nauczycieli matematyki z warszawskich szkół od pomysłu do czynu droga krótka, choć wyboista, pełna zakrętów i pracowita, ale – jak za chwilę wykazemy – naznaczona spektakularnym sukcesem.

Cz. I. Tak to się zaczęło.

Lata dziewięćdziesiąte XX wieku to okres burzliwych zmian, przeobrażania, transformacji w wielu dziedzinach w naszym kraju. Było oczywiste, że te zmiany muszą dotyczyć również kształcenia – szeroko pojętej edukacji. Środowisko nauczycieli reprezentowane przez różne gremia, stowarzyszenia, związki zawodowe podejmowało wyzwania i włączało się w dyskusję na temat przyszłości polskiej edukacji.

Warszawscy nauczyciele matematyki rozumiejąc konieczność podnoszenia jakości pracy szkoły, a przede wszystkim jakości kształcenia, aktywnie uczestniczyli w pracach nad wprowadzaniem nowych trendów edukacyjnych. Takie podejście do kształcenia stało się inspiracją dla zespołu doradców metodycznych w zakresie kształcenia matematyki związanych z Mazowieckim Samorządowym Centrum Doskonalenia Nauczycieli, w skład którego weszły: Henryka Bęczkowska, Małgorzata Iwanowska, Alicja Marciniak, Ada Paczesna, Teresa Rzepecka, Barbara Walat, Barbara Wrzosek, Barbara Ziembowicz. We wrześniu 2006 r. zespół przygotował pierwszy sprawdzian diagnostyczny z matematyki dla uczniów klas IV warszawskich szkół podstawowych. W 2007 r. do zespołu dołączyły Urszula Jankiewicz oraz Mariola Frontczak. W tym samym roku przeprowadzono również testy w klasach V. szkół podstawowych oraz w klasach II. gimnazjów. W 2008 r. powołano Warszawskie Centrum Innowacji Edukacyjno Społecznych i Szkoleń, które objęło opieką doradców warszawskich. Zespół doradców metodycznych w zakresie nauczania matematyki w składzie: Mariola Frontczak, Małgorzata Iwanowska, Urszula Jankiewicz, Beata Narojczyk-Wąsowska, Barbara Wrzosek, Barbara Ziembowicz kontynuował rozpoczęte działania.

Od 2010 r. badania diagnostyczne w gimnazjach objął patronatem Mazowiecki Kurator Oświaty włączając je do projektu „Połowa drogi...”

¹ Wisława Szymborska, *Widok z ziarnkiem piasku, Liczba Pi*, Wydawnictwo a5, Poznań 1996

Autorzy projektu postawili sobie zadanie stworzenia narzędzi pomiarowych, które dałyby nauczycielowi możliwość sformułowania odpowiedzi na pytania:

1. Jaki jest stan wiedzy i umiejętności matematycznych moich uczniów?
2. Dlaczego tak się dzieje – dobrze lub źle?
3. Co ja (nauczyciel) mogę w takiej sytuacji zrobić?

Z pytań tych wynikają cele badania diagnostycznego:

- określenia poziomu opanowania umiejętności uczniów przewidzianych w podstawie programowej;
- dostarczenia informacji zwrotnej uczniowi i jego rodzicom o obecnym stanie jego osiągnięć edukacyjnych (wskazanie mocnych i słabych stron dziecka);
- dostarczenia materiału do diagnozy edukacyjnej dla nauczyciela, w celu pomocy w dostosowaniu metod oraz sposobów nauczania do poziomu wiedzy, umiejętności i możliwości swoich uczniów;
- porównania poziomu opanowania sprawdzanych umiejętności w poszczególnych dzielnicach Warszawy.

Dla zrealizowania tak postawionych zamierzeń opracowano narzędzia diagnostyczne na czterech poziomach:

dla II. etapu edukacji:

- „*Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia*” – początek klasy czwartej szkoły podstawowej,
- „*Na półmetku w szkole podstawowej*” – początek drugiego semestru klasy piątej szkoły podstawowej,

dla III. etapu edukacji:

- „*Matematyka na starcie w gimnazjum*” – początek klasy pierwszej gimnazjum,
- „*Na półmetku w gimnazjum*” – początek drugiego semestru klasy drugiej gimnazjum.

W badaniach sprawdzano umiejętności z zakresu:

R - sprawności rachunkowej,

T - zastosowania wiedzy w sytuacjach praktycznych

G - rozwiązywania zagadnień geometrycznych.

Zadania sprawdzianu przygotowano zgodnie z kategoriami taksonomicznymi zdefiniowanymi przez prof. B. Niemierko:

A – wiadomości podstawowe,

- B** – rozumienie wiadomości,
- C** – stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych,
- D** - stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych,

badając kompetencje:

- D** – wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności,
- Z** – wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności,
- M** – stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań typowych i praktycznych.

Z uwagi na zmianę formy egzaminu zewnętrznego w szkole podstawowej wprowadzono analizę zadań pod kątem wymagań zdefiniowanych w następujący sposób:

- RACH** – sprawność rachunkowa,
- INFOR** – wykorzystywanie i tworzenie informacji,
- MOD** – modelowanie matematyczne,
- ROZUM** – rozumowanie i tworzenie strategii.

Analizy wyników dokonano posługując się wartością współczynnika łatwości. Jeżeli wartość współczynnika łatwości p dla danej kompetencji/podtestu/kategorii taksonomicznej w diagnozowanym zespole uczniów:

- przekroczyła 0,75, to daną kompetencję należy rozwijać stawiając przed uczniami trudne i złożone sytuacje, gdyż jest to wynik świadczący o opanowaniu danej kompetencji;
- mieści się w przedziale 0,30 – 0,75, to w zasadzie ćwiczeniami związanymi z opanowaniem danej kompetencji należy praktycznie objąć wszystkich uczniów;
- była niższa niż 0,30, to opanowanie danej kompetencji należy właściwie rozpocząć z całą klasą od nowa.²

W badaniach diagnostycznych przeprowadzanych w kolejnych latach stosowano analizę wyników korzystając z:

- wartości parametrów statystyki opisowej
- miar współczynników łatwości określonych dla podtestów, kategorii taksonomicznych, kompetencji oraz poziomów wymagań.

Badanie te od lat cieszą się dużym zainteresowaniem. Wiele szkół systematycznie bierze udział w projekcie.

Tabela 1. Udział uczniów w testach kompetencji w latach 2004 - 2016³

Poziom edukacji	Liczba przeprowadzonych badań
Szkoły podstawowe	ok. 110 000
Gimnazja	ok. 80 000

² Sobczak M., Jakościowa analiza wyników egzaminu zewnętrznego a jego funkcja kształtująca, w: Materiały z IV Ogólnopolskiej Konferencji z cyklu „Diagnostyka edukacyjna”, Wyd. PANDIT, Kraków 2001,

³ Zespół doradców metodycznych, opracowanie własne.

Przykład I

W roku szkolnym 2015/2016 w badaniu umiejętności matematycznych uczniów klas V warszawskich szkół podstawowych wzięło udział ok. 4000 uczniów. Przygotowano kartotekę i arkusz z 12 zadaniami punktowanymi 0, 1, 2. Uczeń mógł uzyskać 24 punkty. Test okazał się dla uczniów umiarkowanie trudny (współczynnik łatwości $p = 0,68$). Średni wynik $\bar{x} = 16,42$

Tabela 2. Kartoteka, punktacja i arkusze sprawdzianu umiejętności matematycznych „Na półmetku w szkole podstawowej” dla uczniów kl. V w roku szkolnym 2015/2016

Kartoteka

Nr zad.	Sprawdzana umiejętność	Wymagania	Punktacja	Podtest	Kat. celu	Poziom wymagań	Kompetencje
1	Zapisuje liczby w zakresie 100 000 za pomocą cyfr Zapisuje liczbę mieszaną za pomocą cyfr	RACH	1 1	R	B	P P	Z Z
2	Stosuje algorytm dodawania na liczbach dziesiętnych* Stosuje algorytm odejmowania na liczbach dziesiętnych*	RACH	1 1	R	C	P P	D D
3	Stosuje algorytm mnożenia liczb dziesiętnych* Stosuje algorytm dzielenia liczby dziesiętnej przez liczbę naturalną*	RACH	1 1	R	C	P P	D D
4	Stosuje zasady kolejności działań Wykonuje działania na liczbach naturalnych w zakresie 100	RACH	1 1	R	C	P P	M D
5	Stosuje porównanie różnicowe w sytuacjach praktycznych Wykonuje działania na wyrażeniach dwumianowych (złote, grosze)	MOD	1 1	T	B	P P	Z D
6	Zamienia jednostki: centymetry – metry i centymetry Zamienia jednostki: gramy - dekagramy	INFOR	1 1	G	B	P P	Z Z
7	Wykonuje obliczenia dotyczące czasu w sytuacji praktycznej Wykonuje obliczenia na liczbach dodatnich	INFOR	1 1	T	C	P P	Z D
8	Stosuje porównywanie ilorazowe w zadaniu tekstowym Wykonuje działania na liczbach dodatnich	MOD	1 1	T	C	P P	Z D
9	Rozpoznaje kąty i zna ich własności Zna własności podanego wielokąta	MOD	1 1	G	B	P P	Z Z
10	Oblicza boki prostokąta o określonych własnościach (metoda) Oblicza obwód prostokąta o określonych własnościach	ROZUM	1 1	G	C	P P	M D
11	Rozwiązuje zadanie tekstowe (metoda) Wykonuje działania na liczbach dziesiętnych	MOD	1 1	T	C	P P	M D
12	Uzupełnia liczby w kwadracie magicznym (1 błąd lub brak 1 wpisu) Uzupełnia wszystkie liczby w kwadracie magicznym (wszystkie poprawnie)	ROZUM	1 1	R	C	PP PP	Z Z

* liczby dziesiętne w teście z liczbami dziesiętnymi lub liczby naturalne w teście z liczbami naturalnymi (2 wersje testu)

Kryteria oceniania zadań

Nr zadania	Oceniana umiejętność/wiedza matematyczna	Wynik	Wynik	Punktacja
		A	B	
1	Zapisuje liczbę całkowitą za pomocą cyfr	15473	16582	1
	Zapisuje liczbę mieszaną za pomocą cyfr	4 1/2	3 1/2	1
2	Stosuje algorytm dodawania i odejmowania i poprawnie oblicza wynik (nie ma możliwości otrzymania 1 punktu)	BC	BC	2
3	Stosuje algorytm mnożenia i dzielenia i poprawnie oblicza wynik (nie ma możliwości otrzymania 1 punktu)	AC	BD	2
4	Stosuje zasady kolejności działań	3	2	1
	Poprawnie oblicza wynik			1
5	Stosuje porównanie różnicowe w sytuacjach praktycznych (poprawna metoda)	4 zł 30 gr.	4 zł 30 gr.	1
	Poprawnie wykonuje działania na wyrażeniach dwumianowych i oblicza wynik			1
6	Zamienia jednostki: centymetry – metry i centymetry	F	F	1
	Zamienia jednostki: gramy - dekagramy	F	F	1
7	Wykonuje obliczenia dotyczące czasu w sytuacji praktycznej (poprawna metoda)	4h 46min	3h 44 min	1
	Poprawnie oblicza czas trwania podróży			1
8	Stosuje porównywanie ilorazowe w zadaniu tekstowym (poprawna metoda)	32	32	1
	Poprawnie wykonuje obliczenia i oblicza wynik			1
9	Rozpoznaje kąty i zna ich własności – wskazuje poprawną odpowiedź	P	P	1
	Zna własności podanego wielokąta	F	F	1
10	Oblicza boki prostokąta o określonych własnościach	A	B	1
	Oblicza obwód prostokąta o określonych własnościach	C	B	1
11	Rozwiązuje zadanie tekstowe (poprawna metoda)	13zł 10 gr.	15 zł 30 gr.	1
	Poprawnie wykonuje działania i oblicza wynik			1

12	Uzupełnia liczby w kwadracie magicznym (1 błąd lub brak 1 wpisu)	8 13 6	10 11 6	1
	Uzupełnia wszystkie liczby w kwadracie magicznym (wszystkie poprawnie)	7 9 11	5 9 13	1
		12 5 10	12 7 8	

Zadania sprawdzianu umiejętności matematycznych „Na półmetku” dla uczniów klasy V w roku szkolnym 2015/2016

Grupa A

Zadanie 1. Zapisz cyframi liczbę:

a) piętnaście tysięcy czterysta siedemdziesiąt trzy -

b) cztery i jedna druga -

Zadanie 2. Podaj poprawne wartości poniższych wyrażeń arytmetycznych. Wybierz odpowiedź spośród A i B oraz spośród C i D.

a) $12 + 9 + 824 =$

A. 854 B. 845

b) $533 - 57 =$

C. 476 D. 474

Wskaż jedną poprawną parę odpowiedzi:

AC

AD

BC

BD

Zadanie 3. Podaj poprawne wartości poniższych wyrażeń arytmetycznych. Wybierz odpowiedź spośród A i B oraz spośród C i D.

a) $16 \cdot 28 =$

A. 448

B. 424

b) $272 : 8 =$

C. 34

D. 36

Wskaż jedną poprawną parę odpowiedzi:

AC

AD

BC

BD

Zadanie 4. Oblicz, pamiętając o kolejności działań. **Zapisz obliczenia.**

$72 : 8 - 3 \cdot 2 =$

Zadanie 5. Kilogram jabłek kosztuje 2 zł 70 gr. Kilogram gruszek jest o 1 zł 60 gr. droższy.

Uzupełnij zdanie: Kilogram gruszek kosztuje złgr.

Zadanie 6. Oceń prawdziwość podanych poniżej zależności. Zaznacz **P**, jeśli zależność jest prawdziwa i **F**, – jeśli jest fałszywa.

320 cm = 3 m 2 cm	P	F
8 dag = 800g	P	F

Zadanie 7. Pociąg Intercity odjeżdża z Warszawy Centralnej o godzinie 6.35 i przyjeżdża do Wrocławia Głównego o godzinie 11.21. Ile czasu trwa podróż? **Zapisz obliczenia.**

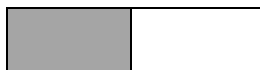
Zadanie 8. Na podstawie informacji umieszczonych w tabeli oblicz ile razy piłka nożna jest tańsza od komputera. **Zapisz obliczenia.**

Komputer	Piłka nożna	Smartfon
1440 zł	45 zł	270 zł

Zadanie 9. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub **F** – jeśli jest fałszywe.

Kąt rozwarty jest zawsze większy od kąta ostrego	P	F
Trójkąt ma zawsze wszystkie boki równe	P	F

Zadanie 10. Prostokąt o bokach długości 12 cm i 3 cm podzielono w sposób podany na rysunku na dwa małe identyczne prostokąty.



- a) Dłuższy bok małego prostokąta jest równy: A) 6 cm B) 4 cm C) 5 cm D) 3 cm
 b) Obwód małego prostokąta jest równy: A) 16cm B) 12 cm C) 18 cm D) 9 cm

Zadanie 11. Ile zapłacił Marek jeżeli wypożyczył rower na 3 godziny i 20 minut? **Zapisz obliczenia.**

Opłaty za wypożyczenie roweru	
za pierwszą godzinę	6 zł 50 gr.
za każdą następną rozpoczętą godzinę	2 zł 20 gr.

Zadanie 12. Wpisz w kwadrat liczby w taki sposób, aby suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdej przekątnej była taka sama. Liczby w kwadracie nie mogą się powtarzać.

8		
7	9	
		10

Grupa B

Zadanie 1. Zapisz cyframi liczbę:

- a) szesnaście tysięcy pięćset osiemdziesiąt dwa -
 b) trzy i jedna druga -

Zadanie 2. Podaj poprawne wartości poniższych wyrażeń arytmetycznych. Wybierz odpowiedź spośród A i B oraz spośród C i D.

a) $14 + 9 + 934 =$

A.975 B.957

b) $433 - 68 =$

C.365 D.335

Wskaż jedną poprawną parę odpowiedzi:

AC

AD

BC

BD

Zadanie 3. Podaj poprawne wartości poniższych wyrażeń arytmetycznych. Wybierz odpowiedź spośród A i B oraz spośród C i D.

a) $18 \cdot 26 =$

A.428

B. 468

b) $252 : 7 =$

C.34

D. 36

Wskaż jedną poprawną parę odpowiedzi:

AC

AD

BC

BD

Zadanie 4. Oblicz, pamiętając o kolejności działań. **Zapisz obliczenia.**

$56 : 7 - 3 \cdot 2 =$

Zadanie 5. Kilogram jabłek kosztuje 2 zł 60 gr. Kilogram gruszek jest o 1 zł 70 gr. droższy.

Zapisz obliczenia.

Uzupełnij zdanie: Kilogram gruszek kosztuje złgr.

Zadanie 6. Oceń prawdziwość podanych poniżej zależności. Zaznacz **P**, jeśli zależność jest prawdziwa i **F** – jeśli jest fałszywa.

$180 \text{ cm} = 1 \text{ m } 8 \text{ cm}$	P	F
$6 \text{ dag} = 600 \text{ g}$	P	F

Zadanie 7. Pociąg Intercity odjeżdża z Warszawy Centralnej o godzinie 19.25 i przyjeżdża do Wrocławia Głównego o godzinie 23.09. Ile czasu trwa podróż? **Zapisz obliczenia.**

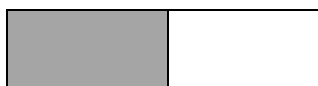
Zadanie 8. Na podstawie informacji umieszczonych w tabeli oblicz ile razy komputer jest droższy od piłki. **Zapisz obliczenia.**

Komputer	Piłka nożna	Smartfon
1440 zł	45 zł	270 zł

Zadanie 9. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz **P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub **F** – jeśli jest fałszywe.

Kąt prosty jest zawsze większy od kąta ostrego	P	F
Kwadrat ma wszystkie boki równoległe	P	F

Zadanie 10. Prostokąt o bokach długości 14 cm i 3 cm podzielono w sposób podany na rysunku na dwa małe identyczne prostokąty.



- a) Dłuższy bok małego prostokąta jest równy: A) 6 cm B) 7 cm C) 5 cm D) 3 cm
- b) Obwód małego prostokąta jest równy: A) 16cm B) 20 cm C) 18 cm D) 17 cm

Zadanie 11. Ile zapłacił Marek, jeżeli wypożyczył rower na 4 godziny i 30 minut? **Zapisz obliczenia.**

Opłaty za wypożyczenie roweru	
za pierwszą godzinę	6 zł 50 gr.
za każdą następną rozpoczętą godzinę	2 zł 20 gr.

Zadanie 12. Wpisz w kwadrat liczby w taki sposób, aby suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i w każdej przekątnej była taka sama. Liczby w kwadracie nie mogą się powtarzać.

		6
	9	13
12		

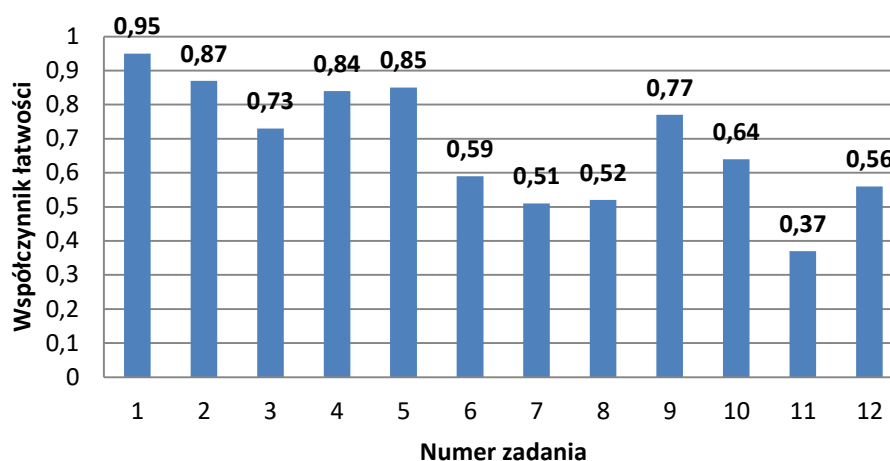
CZ. II. Co ja - nauczyciel z tego mam?

Po przeprowadzeniu sprawdzianu nauczyciel ma możliwość przeprowadzenia analizy w różnych aspektach. Może porównać wyniki swoich uczniów z wynikami wszystkich uczniów biorących udział w projekcie, z wynikami uczniów z danej dzielnicy lub z wynikami uczniów tej samej szkoły. Może również poprzestać na własnej analizie uzyskanych wyników, przeprowadzić ewaluację i podjąć stosowne kroki naprawcze.

Wykres 1. Poziom wykonania zadań w roku szkolnym 2015/2016 w sprawdzianie dla klas V⁴

⁴ M. Frontczak, M. Iwanowska, U. Jankiewicz, B. Wąsowska-Narojczyk, *Omówienie diagnozy umiejętności matematycznych „Na półmetku szkoły podstawowej” w roku szkolnym 2015/1016.*

Łatwość zadań



Najmniej kłopotów sprawiło uczniom zadanie nr 1 sprawdzające umiejętność zapisywania i odczytywania liczby. Dobrze wypadły zadania sprawdzające umiejętność wykonywania działań i stosowanie zasady kolejności działań – zadania: 5., 9. i 10. Współczynnik łatwości o wartości mniejszej niż 0,6 wystąpił w zadaniach:

Nr 6 – zamiana jednostek,

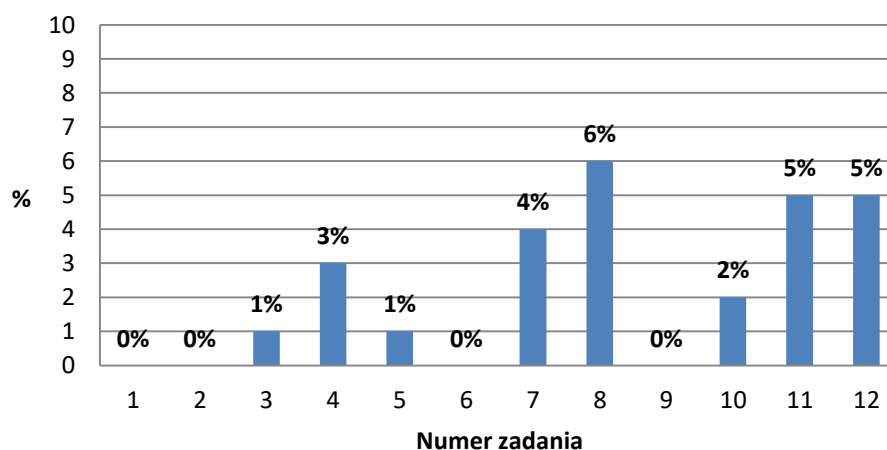
Nr 7 – obliczanie czasu w sytuacjach praktycznych,

Nr 8 – stosowanie porównania ilorazowego.

Najłabiej wypadło zadanie nr 11 – rozwiązywanie zadania tekstowego w sytuacji praktycznej.

Wykres 2. Frakcja opuszczeń zadań w roku szkolnym 2015/2016 w sprawdzianie dla klas V

Frakcja opuszczeń



Uczniowie najczęściej opuszczali zadanie 8. oraz 11. i 12. Informacja o braku wyboru zadania jest bardzo ważna dla konstruktora testu oraz organizatora, który przeprowadza sprawdzian. W dalszej kolejności można wnioskować o poziomie wiedzy i umiejętności uczniów.

Tak przygotowany sprawdzian daje nauczycielowi możliwość przeanalizowania wyników w różnych aspektach. Można interpretować uczniowskie osiągnięcia analizując wartości współczynnika łatwości wykonanych zadań według kategorii celu kształcenia, kompetencji, wymagań, podtestów i poziomów wymagań.

Przykład II:

Wykorzystanie wyników diagnozy przez nauczyciela gimnazjum w roku szk. 2011/2012.

Jan Kowalski, *pan od matematyki* uczący w kl. IB w Liceum Ogólnokształcącym im. Królowy Śnieżki w Warszawie postanowił zdiagnozować swoich uczniów i przystąpił wraz z zespołem klasowym do sprawdzianu „*Matematyka na starcie trzeciego etapu kształcenia*”. Analizując wyniki doszedł do przekonania, że:

- Sprawdzian dla uczniów tej klasy okazał się trudny.
- Łatwość zestawu $p=0,41$ jest dużo niższa od średniego wyniku dla Warszawy ($p=0,54$).
- Średnia arytmetyczna testu dla klasy IB wyniosła 9,72 - co stanowi około 75% średniej obliczonej dla uczniów z całej Warszawy.
- Najczęściej spotykanym wynikiem było 9 punktów (ponad dwukrotnie mniej niż wynosiła modalna dla Warszawy -19 punktów).

Drążąc temat dopatrywał się następujących przyczyn:

- ✓ Umiejętności, które nie zostały opanowane przez uczniów klasy IB (współczynnik łatwości $p<0,3$):
 - *stosowanie porównania różnicowego (*)*,⁵
 - *stosowanie działań w sytuacjach praktycznych (*)*,
 - rozpoznawanie i nazywanie figur przestrzennych,
 - *wykonywanie prostych obliczeń zegarkowych (*)*.
- ✓ Umiejętności słabo opanowane przez uczniów klasy IB:
 - działania na liczbach wymiernych,
 - stosowanie skali w sytuacji praktycznej,
 - stosowanie własności kątów w czworokącie.(wyniki zbliżone do ogólnowarszawskich)

⁵ (*) - łatwe dla „średniego” ucznia warszawskiego.

- ✓ W klasie IB nie było **żadnej** umiejętności, dla której współczynnik poziomu wykonania byłby wyższy od 0,75.
- ✓ Ponadto:
 - 36% uczniów ma duże braki w wiedzy i umiejętnościach matematycznych.
 - 52% uczniów ma luki w wiedzy i umiejętnościach matematycznych.
 - 12% uczniów jest dobrze przygotowanych do nauki matematyki w gimnazjum.

Pan Jan Kowalski przygotował dla kl. IB modyfikację wybranego wcześniej programu nauczania pamiętając o tym, że należy:

- ▶ zorganizować zajęcia wyrównawcze dla uczniów, którzy osiągnęli najniższe wyniki,
- ▶ doskonalić umiejętności czytania i słuchania ze zrozumieniem,
- ▶ stosować czynnościowe nauczanie matematyki,
- ▶ wprowadzić na lekcjach metody aktywizujące, gdyż słabe wyniki są także związane z małą aktywnością ucznia na lekcji,
- ▶ stosować porównanie różnicowe i ilorazowe w sytuacjach praktycznych,
- ▶ opracować zestawy dodatkowych zadań domowych o wolno wzrastającym stopniu trudności,
- ▶ wprowadzić system nagród motywujących uczniów, którzy starają się uzupełnić zaległości.

Minęło półtora roku, – co się wydarzyło w IIB? - „*Matematyka na półmetku trzeciego etapu kształcenia*”

Tabela 3. Porównanie wartości charakterystyk statystycznych w ciągu półtorarocznej edukacji matematycznej w gimnazjum (przykład).

	Sprawdzian na początku I klasy	Sprawdzian w połowie II klasy
Łatwość testu	0,45	0,46
Średnia arytmetyczna	10,8	11,08
Modalna	8	10
Liczba zdań trudnych	7	6
Liczba zadań umiarkowanie trudnych	4	6

Po przeanalizowaniu wyników nauczyciel skonstatował, co następuje:

Tabela 4. Zmiana stopnia opanowania umiejętności matematycznych uczniów⁶

Gorzej	Bez zmian	Lepiej
Zastosowanie umiejętności w sytuacjach praktycznych -- 11pp	Rozumienie wiadomości	Zadania rachunkowe +4pp
Wykrywanie i zapisywanie właściwości i zależności -2pp		Zadania z geometrii +9pp
Stosowanie metod matematycznych do rozwiązywania zadań typowych i praktycznych -3pp		Wykonywanie działań z wykorzystaniem odpowiednich własności +6pp

W związku z tym nauczyciel matematyki p. Jan Kowalski mógł sformułować zalecenia do dalszej pracy własnej i pracy innych kolegów nauczycieli. W kl. IIB należy:

- utrwalać zasady przekształcania wzorów nie tylko podczas lekcji matematyki, ale także innych przedmiotów,
- ćwiczyć sprawność rachunkową u uczniów,
- przy rozwiązywaniu zadań z geometrii zwracać uwagę na poprawne opisywanie własności figur płaskich, własności brył oraz znajomość wzorów,
- doskonalić umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych wymagających od ucznia logicznego myślenia, uzasadniania swoich decyzji,
- systematycznie powtarzać wiadomości i umiejętności z zakresu podstawowego.

CZ. III. Co ma z tego mój uczeń?

Nauczyciel dostaje narzędzie diagnostyczne, dzięki któremu uzyskuje impuls do autoewaluacji. Poważna, głęboka refleksja nad tym, co w procesie kształcenia udało się zrealizować dobrze, a co trochę gorzej jest początkiem fascynującej przygody z kolejnym etapem naszego zawodu. Tyle radości dla nauczyciela, a co ma z tego nasz uczeń?

Aby uczeń w pełni świadomie i odpowiedzialnie kierował swoim kształceniem musi mieć niezachwiane poczucie własnej wartości.

Sześć podstawowych składników poczucia własnej wartości według Bettie B. Youngs:⁷

1. bezpieczeństwo fizyczne (nic mi nie zagraża),
2. bezpieczeństwo emocjonalne (nikt mnie nie poniża),
3. świadomość własnej tożsamości (wiem, kim jestem),
4. poczucie przynależności,
5. kompetencja (umiem coś zrobić),

⁶ Zespół doradców metodycznych, opracowanie własne.

⁷ Gordon Dryden, Jeannette Vos, *Rewolucja w uczeniu*, Wydawnictwo ZYSK I S-KA, Poznań 1999

6. misja (moje życie ma sens).

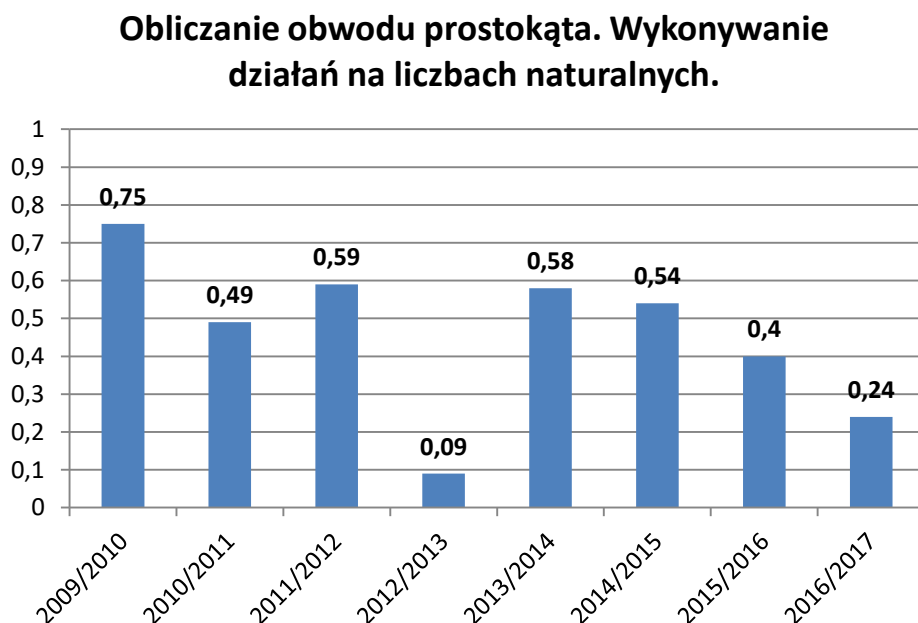
W realizowanym projekcie nauczyciel ma szansę odnieść się do każdego z tych punktów, choć nie w równym stopniu. Pokazuje uczniowi jego mocne i słabe strony. Uczeń dowiadyuje się, w czym jest dobry a ca powinien poprawić. Dobre efekty daje tu stosowanie oceniania kształtującego. Jeśli zespół klasowy przystąpi do kolejnego badania diagnostycznego nauczyciel będzie mógł wraz z uczniem zauważyć rozwój umiejętności i przyrost wiedzy.

CZ.IV. Badania podłużne, dziewczynki vs chłopcy (lub odwrotnie), i inne...

Odpowiednio skonstruowane narzędzie pomiarowe oraz duża liczba uczestników pozwalają na spojrzenie na wyniki z wielu stron.

Ciekawe są wyniki badań podłużnych ukazujące zmiany w stopniu opanowania wybranych umiejętności matematycznych na przestrzeni lat. W sprawdzianie „*Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia*” badane są umiejętności matematyczne, które powinien posiadać uczeń po zakończeniu edukacji wczesnoszkolnej.

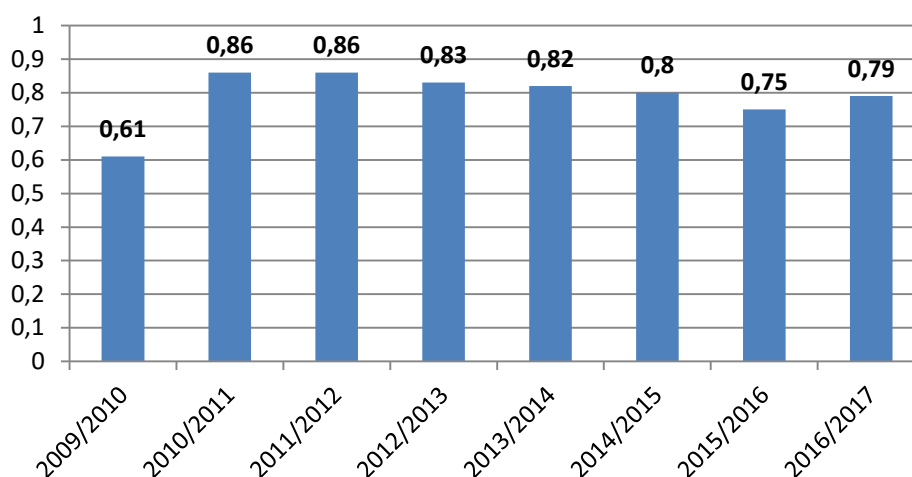
Wykres 3. „*Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia*” – badana umiejętność: Obliczanie obwodu prostokąta. Wykonywanie działań na liczbach naturalnych.⁸



Wykres 4. „*Matematyka na starcie drugiego etapu kształcenia*” – badana umiejętność: Działania pamięciowe na liczbach naturalnych.

⁸ M. Frontczak, M. Iwanowska, U. Jankiewicz, B. Wąsowska-Narojczyk, *Analiza wyników sprawdzianu diagnostycznego umiejętności matematyczne uczniów po klasie trzeciej szkoły podstawowej w roku szkolnym 2014/2015.*

Działania pamięciowe na liczbach naturalnych.



Analizując powyższe wykresy możemy wyciągnąć wspólny wniosek, że przyczyną niepowodzeń uczniowskich w przypadku badanej umiejętności jest trudność w zastosowaniu wiedzy na temat figur geometrycznych (tu: prostokąta) w rozwiązywaniu problemów praktycznych. Niepokoi tendencja spadkowa na przestrzeni ostatnich lat. Warto postawić pytanie, – Dlaczego tak się dzieje i jak temu zaradzić?

Autorzy projektu pokusili się o spojrzenie na uczniowskie osiągnięcia z uwzględnieniem płci uczestników badania. W 2015 r. przeanalizowano wyniki 3625 uczniów (1842 dziewczynek i 1783 chłopców) klas V szkoły podstawowej. Dziewczynki lepiej poradziły sobie z zadaniami z zapisaniem podanych liczb cyframi, z obliczaniem wyrażeń arytmetycznych zawierających polecenie wykonania mnożenia i dzielenia. Łatwiej przyszło im również wypracowanie strategii przy obliczaniu liczb w kwadracie magicznym. Chłopcy lepiej sobie poradzili z zadaniami, których treści podane były w postaci rysunków, tabel. Sprawniej i dokładniej przeliczali jednostki.

W wyniku tego badania rekomendowano nauczycielom rozwiązywanie większej liczby zadań o zróżnicowanej formie zapisu treści zadania lub zapisu odpowiedzi (dla dziewcząt) oraz większej liczby zadań rachunkowych, w tym także wymagających opracowania strategii rozwiązania (dla chłopców).

Wszechstronność realizowanego projektu pozwoliła organizatorom na zebranie informacji na temat pracy z uczniem uzdolnionym matematycznie. Badanie przeprowadzone w 2014 r. pozwoliło na stwierdzenie, że nauczyciela ucznia zdolnego można określić, jako „zaangażowanego entuzjastę”. Nauczyciele czują potrzebę poszerzania swojej wiedzy – najchętniej na kursach doskonalących. Uważają, że w pracy z uczniem zdolnym najistotniejsze jest indywidualne podejście do ucznia. Za najważniejszą cechę ucznia zdolnego nauczyciele postrzegają jego umiejętność dostrzegania i rozwiązywania problemów. Wychodząc naprzeciw tym potrzebom zorganizowano warsztaty metodyczne dla nauczycieli połączone z konkursem dla uczniów „Tutaj potrzebny jest matematyk”.

CZ. V. Podsumowanie

Warszawskie Centrum Innowacji Edukacyjno Społecznych i Szkoleń w ramach projektu Połowa drogi... realizowanego pod patronatem Mazowieckiego Kuratora Oświaty oraz prac własnych zajmowało się:

- ▶ Diagnostowaniem umiejętności matematycznych uczniów warszawskich Szkół Podstawowych i Gimnazjów.
Po szczegółowej analizie umiejętności zespołu klasowego i porównaniu osiągniętych przez uczniów wyników na tle szkoły, dzielnicy, populacji warszawskiej nauczyciele są inspirowani do modyfikacji programów, tak by swoimi umiejętnościami i zaangażowaniem przyczynić się do rozbudzania pasji matematycznej oraz poszerzać horyzonty wiedzy wśród swoich wychowanków.
- ▶ Wspieraniem rozwoju zawodowego nauczycieli matematyki, ich umiejętności pomiarowych, diagnostycznych i ewaluacyjnych.
- ▶ Wspieranie (stymulowanie) samorozwoju ucznia. Podczas warsztatów, sesji, szkoleń wypracowywane są metody rozbudzania u uczniów twórczego podejścia do matematyki i motywowania do brania odpowiedzialności za własny rozwój.

Od 2016 r. zespół doradców metodycznych w zakresie nauczania matematyki w ramach prac w Warszawskim Centrum Innowacji Edukacyjno Społecznych i Szkoleń realizuje samodzielnie badania diagnozujące umiejętności matematyczne uczniów warszawskich szkół podstawowych.

*Opracowanie na podstawie materiałów zgromadzonych przez zespół realizujący projekt przygotowała
Elżbieta Jaworska.*